2018年度　愛知県公立高校入試問題（A）

45分
22点

1　次の(1)から(9)までの問いに答えなさい。

(1)　$6-(-24)\div 6$ を計算しなさい。

(2)　$\dfrac{7x-4}{8}-\dfrac{x-1}{2}$ を計算しなさい。

(3)　$\dfrac{3}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{20}}{5}$ を計算しなさい。

(4)　$(2x-3)(x+2)-(x-2)(x+3)$ を計算しなさい。

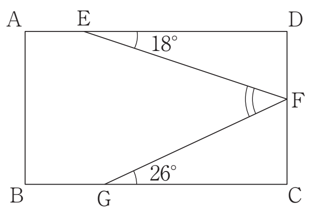
(5)　方程式 $(x+6)(x-2)+2=7x$ を解きなさい。

(6)　n は自然数で，$\sqrt{24n}$ がある自然数になる。このような n のうちで最も小さい数を求めなさい。

(7)　ある中学校の生徒数は 180 人である。このうち，男子の 16 %と女子の 20 %の生徒が自転車で通学しており，自転車で通学している男子と女子の人数は等しい。
　このとき，自転車で通学している生徒は全部で何人か，求めなさい。

(8)　世帯数が 60000 世帯の A 市で，300 世帯を無作為に抽出してテレビで番組 T を視聴していた世帯数を調査したところ，45 世帯が視聴していた。
　このとき，A 市全体でこの番組 T を視聴していた世帯はおよそ何世帯と推定されるか，求めなさい。

(9)　図で，四角形 ABCD は長方形，E，F，G はそれぞれ辺 AD，DC，BC 上の点である。
　$\angle$DEF = 18°，$\angle$FGC = 26° のとき，$\angle$EFG の大きさは何度か，求めなさい。



2 次の(1)から(4)までの問いに答えなさい。

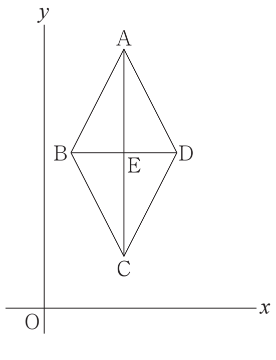
(1) 大小2つのさいころを同時に投げて，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，方程式 $x^2 = ab$ の2つの解がともに整数となる確率を求めなさい。

(2) 次の文章は，連続する5つの自然数について述べたものである。文章中の［A］にあてはまる最も適当な式を書きなさい。また，［a］，［b］，［c］，［d］にあてはまる自然数をそれぞれ書きなさい。

> 連続する5つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，最も大きい数は［A］と表される。
> このとき，連続する5つの自然数の和は［a］(n +［b］）と表される。
> このことから，連続する5つの自然数の和は，小さい方から［c］番目の数の［d］倍となっていることがわかる。

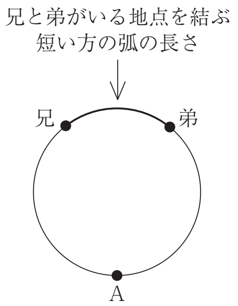
(3) 図で，O は原点，四角形 ABCD は AC = 2BD のひし形で，E は対角線 AC と BD との交点である。

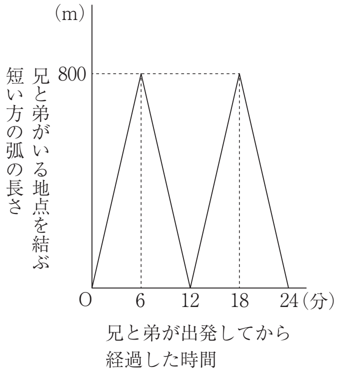
点 A，E の座標がそれぞれ(3，10)，(3，6)で，関数 $y = ax^2$（a は定数）のグラフがひし形 ABCD の頂点または辺上の点を通るとき，a がとることのできる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。



(4)　下図のような円形の遊歩道がある。

兄と弟が遊歩道上のA地点を出発し，それぞれ一定の速さで歩き，遊歩道を1周する。兄と弟が反対方向に歩くとき，次の①，②の問いに答えなさい。



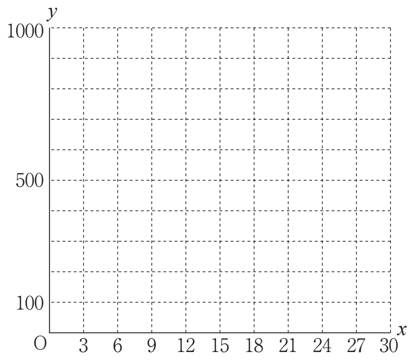


①　はじめに，兄と弟は，同時に出発し，2人とも24分で遊歩道を1周した。兄と弟が出発してから経過した時間と，兄と弟がいる地点を結ぶ短い方の弧の長さの関係をグラフに表すと，右上のようになった。

遊歩道1周の道のりは何mか，求めなさい。

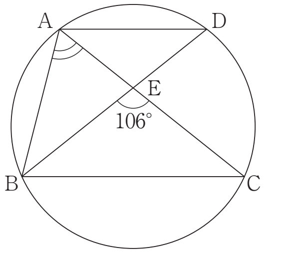
②　次に，弟は兄より先に出発し，24分で遊歩道を1周して，A地点で止まり，兄を待った。兄は弟が出発してから6分後にA地点を出発し，弟が歩く速さと同じ速さで歩き，遊歩道を1周した。

兄が出発してからx分後の兄と弟がいる地点を結ぶ短い方の弧の長さをymとするとき，兄が出発してから遊歩道を1周するまでのxとyの関係を，グラフに表しなさい。

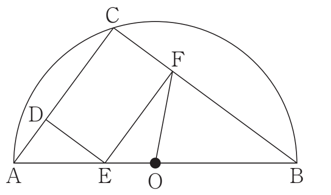


3　次の(1)から(3)までの問いに答えなさい。
ただし，円周率はπとする。また，答えは根号をつけたままでよい。

(1)　図で，A，B，C，D は円周上の点，E は線分 AC と DB との交点で，AB = AD，EB = EC である。
∠BEC = 106°のとき，∠BAE の大きさは何度か，求めなさい。



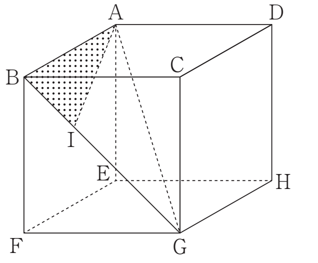
(2)　図で，C は AB を直径とする半円 O の周上の点，D，E，F はそれぞれ線分 CA，AB，CB 上の点で，四角形 CDEF は長方形である。
CA = 6 cm，CB = 8 cm，CD : DE = 3 : 2 のとき，次の①，②の問いに答えなさい。



①　線分 FE の長さは何 cm か，求めなさい。

②　△FEO の面積は△ABC の面積の何倍か，求めなさい。

(3)　図で，立体 ABCDEFGH は立方体である。I は線分 BG 上の点で，BI : IG = 1 : 2 である。
AB = 3 cm のとき，次の①，②の問いに答えなさい。



①　線分 AI の長さは何 cm か，求めなさい。

②　△ABI を，直線 AG を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

2018年度　愛知県公立高校入試問題（A）

1　(1) 10　(2) $\frac{3}{8}x$　(3) $\sqrt{5}$　(4) x^2　(5) ($x =$) -2, 5　(6) ($n =$) 6　(7) 32（人）　(8)（およそ）9000（世帯）　(9) 44（度）

≪解説≫

(1) 与式 $= 6 - (-4) = 6 + 4 = 10$

(2) 与式 $= \frac{7x - 4}{8} - \frac{4x - 4}{8} = \frac{7x - 4 - 4x + 4}{8} = \frac{3}{8}x$

(3) 与式 $= \frac{3\sqrt{5}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$

(4) 与式 $= 2x^2 + 4x - 3x - 6 - (x^2 + x - 6) = 2x^2 + x - 6 - x^2 - x + 6 = x^2$

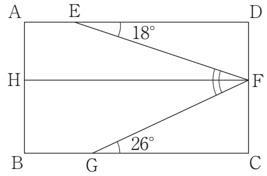
(5) 展開して，$x^2 + 4x - 12 + 2 = 7x$ より，$x^2 - 3x - 10 = 0$ だから，$(x + 2)(x - 5) = 0$　よって，$x = -2$, 5

(6) $24n$ がある自然数の 2 乗になればよいから，$\sqrt{24n} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3 \times n}$ より，求める最小の n は，$n = 2 \times 3 = 6$

(7) 男子の生徒数を x 人とすると，女子の生徒数は $(180 - x)$ 人。$\frac{16}{100}x = \frac{20}{100}(180 - x)$ より，$16x = 3600 - 20x$　よって，$36x = 3600$ より，$x = 100$　したがって，自転車で通学している生徒は全部で，$\frac{16}{100} \times 100 \times 2 = 32$（人）

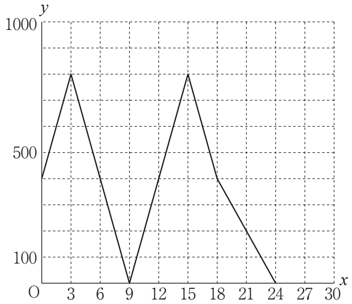
(8) A 市全体でこの番組 T を視聴していた世帯をおよそ x 世帯とおくと，$60000 : x = 300 : 45$ が成り立つ。よって，$x = \frac{60000 \times 45}{300} = 9000$ より，およそ 9000 世帯。

(9) 右図のように, F を通り辺 AD に平行な線をひき, 辺 AB との交点を H とすると，錯角より，$\angle EFH = \angle DEF = 18°$，$\angle HFG = \angle CGF = 26°$　よって，$\angle EFG = \angle EFH + \angle HFG = 18° + 26° = 44°$



2　(1) $\frac{2}{9}$　(2) A. $n + 4$　a. 5　b. 2　c. 3　d. 5

(3) $\frac{2}{9} \leqq a \leqq 6$　(4) ① 1600（m）　②（右図）



≪解説≫

(1) $x^2 = ab$ の 2 つの解がともに整数になるのは，$ab = 1$, 4, 9, 16, 25, 36 のとき。$ab = 1$ は，$(a, b) = (1, 1)$　$ab = 4$ は，$(a, b) = (1, 4)$, $(2, 2)$, $(4, 1)$　$ab = 9$ は，

$(a,\ b)=(3,\ 3)$　$ab=16$ は，$(a,\ b)=(4,\ 4)$　$ab=25$ は，$(a,\ b)=(5,\ 5)$　$ab=36$ は，$(a,\ b)=(6,\ 6)$　よって，合わせて 8 通り。全体の場合の数は，$6\times6=36$（通り）だから，求める確率は，$\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

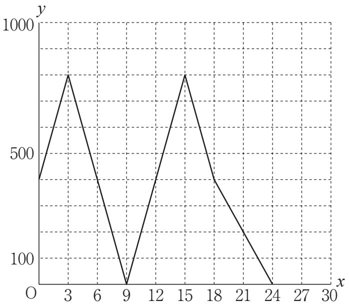
(2) 連続する 5 つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，最も大きい数は $n+4$ と表される。このとき，連続する 5 つの自然数の和は，$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)=5n+10=5(n+2)$ と表されるから，小さい方から 3 番目の数である，$n+2$ の 5 倍となっている。

(3) CE ＝ AE ＝ 10 − 6 ＝ 4 より，C (3，2)　また，AC ＝ 10 − 2 ＝ 8 なので，BD ＝ $\dfrac{1}{2}$AC ＝ 4 で，ED ＝ BE ＝ 4 ÷ 2 ＝ 2　よって，B (1，6)，D (5，6)　a が最大となるのは B (1，6) を通るときで，$6=a\times1^2$ より，$a=6$　また，$y=ax^2$ が D (5，6) を通るとき，$6=a\times5^2$ より，$a=\dfrac{6}{25}$　C (3，2) を通るとき，$2=a\times3^2$ より，$a=\dfrac{2}{9}$

$\dfrac{2}{9}<\dfrac{6}{25}$ だから，$\dfrac{2}{9}\leqq a\leqq6$

(4)① グラフより，兄と弟が一番離れているときは 800m で，これが遊歩道の半周分にあたる。よって，1 周は，800 × 2 ＝ 1600 (m)

② 弟は兄より 6 分早く出発しているので，兄が出発してから，24 − 6 ＝ 18 (分後) に A 地点で止まる。また，兄も弟も 24 分で 1600m 歩くので，速さは毎分，$1600\div24=\dfrac{200}{3}$ (m)　まず，兄が出発したとき，弟は，$\dfrac{200}{3}\times6=400$ (m) 歩いているから，$x=0$ のとき $y=400$　このあと，2 人は①の場合と同じ速さで歩くので，y の値の増減も①の場合と同じになる。これは，6 分間で 800m，3 分間で 400m の変化だから，これをもとに弟が止まる 18 分後までのグラフを考えると，$(x,\ y)=(3,\ 800)$，(9，0)，(15，800)，(18，400) を結ぶ折れ線となる。さらに，兄が A 地点につく $x=24$ のとき，$y=0$ になるので，(18，400) と (24，0) を結ぶ。（上図のグラフ）



3　(1) 69 (度)　(2) ① 4 (cm)　② $\dfrac{1}{9}$ (倍)　(3) ① $\sqrt{11}$ (cm)　② $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}\pi$ (cm^3)

≪解説≫

(1) △EBC は二等辺三角形なので，∠ACB ＝ (180° − 106°) ÷ 2 ＝ 37°　AB ＝ AD より，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$ だから，∠ABE ＝ ∠ACB ＝ 37°　△ABE の内角と外角の関係より，∠BAE ＝ 106° − 37° ＝ 69°

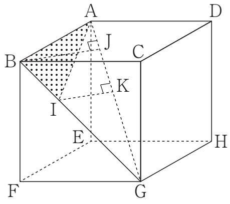
(2)① AB が直径より，∠ACB ＝ 90° なので，三平方の定理から，AB ＝ $\sqrt{6^2+8^2}=10$

(cm)　EF∥ACより，△EBF∽△ABCだから，EF：FB：EB = AC：CB：AB = 6：8：10 = 3：4：5　条件より，EF：CF = 3：2だから，EF = $3t$ cm，CF = $2t$ cmとおくと，FB = $\frac{4}{3}$EF = $\frac{4}{3} \times 3t = 4t$ (cm)なので，CB = $2t + 4t = 6t$ (cm)　よって，$6t = 8$が成り立つ。これを解いて，$t = \frac{4}{3}$なので，EF = $3 \times \frac{4}{3} = 4$ (cm)

② EB = $\frac{5}{3}$EF = $\frac{20}{3}$ (cm)で，OB = $10 \div 2 = 5$ (cm)だから，OE = $\frac{20}{3} - 5 = \frac{5}{3}$ (cm)　これより，△FEO：△EBF = EO：EB = $\frac{5}{3} : \frac{20}{3} = 1 : 4$　また，EF：AC = 4：6 = 2：3より，△EBF：△ABC = $2^2 : 3^2 = 4 : 9$　よって，△FEO = $\frac{1}{4}$△EBF = $\frac{1}{4} \times \frac{4}{9}$△ABC = $\frac{1}{9}$△ABC

(3)① BG = $\sqrt{2}$BF = $3\sqrt{2}$ (cm)だから，BI = $3\sqrt{2} \times \frac{1}{1+2} = \sqrt{2}$ (cm)　△ABIは∠ABI = 90°だから，三平方の定理より，AI = $\sqrt{3^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{11}$ (cm)

② AG = $\sqrt{AB^2 + BG^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{3}$ (cm)　ここで，右図のように点B, IからAGに垂線BJ, IKをひく。△ABGの面積について，$\frac{1}{2} \times AB \times BG = \frac{1}{2} \times AG \times BJ$だから，$\frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times BJ$　よって，BJ = $\sqrt{6}$ (cm)



また，△AIGの面積について，$\frac{1}{2} \times IG \times AB = \frac{1}{2} \times AG \times IK$だから，$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3 = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times IK$　よって，IK = $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (cm)　求める立体は，△ABGの回転体……(i)から，△AIGの回転体……(ii)をひけばよい。(i)の体積は底面の半径がBJで高さがAGの円すいと等しく，(ii)の体積は底面の半径がIKで高さがAGの円すいと等しいから，$\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{6})^2 \times 3\sqrt{3} - \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2 \times 3\sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\pi$ (cm^3)